



# VII Pomorski Konkurs Matematyczny

---

**ETAP SZKOLNY 10 STYCZNIA 2011r.**

**Klasa druga, poziom rozszerzony. Czas pisania 60 min.**

*W trakcie rozwiązywania zadań nie wolno korzystać z kalkulatora i tablic matematycznych.*

**Zadanie 1 (3p)**

Udowodnij, że liczba postaci  $n^4 - 4n^3 - 4n^2 + 16n$ , gdzie  $n$  jest liczbą parzystą dodatnią większą od 4, jest podzielna przez 384.

**Zadanie 2 (4p)**

Wiadomo, że liczby  $\alpha$  i  $\beta$  są pierwiastkami równania  $x^2 - 5x + 3 = 0$ . Ułóż równanie o współczynnikach całkowitych, którego pierwiastkami są  $\alpha + 2\beta$  i  $\beta + 2\alpha$ .

**Zadanie 3 (4p)**

Znajdź liczby całkowite  $a$  i  $b$ , dla których rozwiązaniem równania  $x^3 + ax^2 + bx + 1 = 0$  o niewiadomej  $x$  jest liczba  $1 - \sqrt{2}$ .

**Zadanie 4 (3p)**

Dany jest równoległobok ABCD z kątem ostrym przy wierzchołku A. Na półprostej AB wyznaczono punkt M ( $M \neq B$ ) taki, że  $|CB| = |CM|$ , a na półprostej CB punkt N ( $N \neq B$ ) taki, że  $|AB| = |AN|$ . Udowodnij, że  $|DM| = |DN|$ .

**Zadanie 5 (3p)**

Opłata za wynajęcie pokoju wynosi 320 zł na dobę. Hotel udziela specjalnej zniżki firmom rezerwującym więcej niż 30 pokoi (maksymalna liczba pokoi wynosi 60). Jeśli więcej niż 30 pokoi jest rezerwowanych to opłata za pokój jest niższa o 4 złote pomnożone przez liczbę zarezerwowanych pokoi powyżej 30. Wynajęto więcej niż 30 pokoi. Przy jakiej liczbie wynajętych pokoi hotel osiągnie najwyższy przychód netto, jeśli przyjmiemy, że koszt sprzątnięcia i obsługi jednego pokoju równy 24 złote za dobę?

**POWODZENIA !**